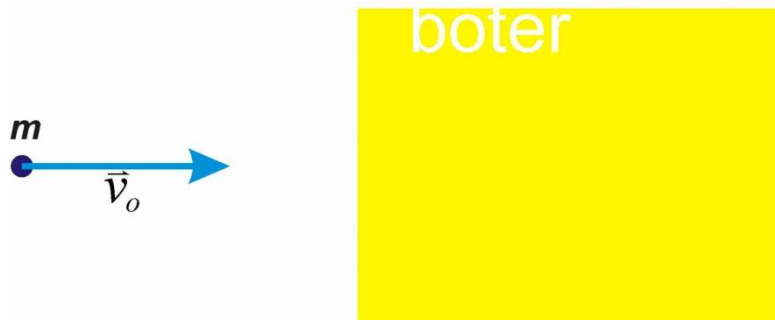


## Kinetische energie

Bewijs van de formule om de kinetische energie van een voorwerp met massa  $m$  en snelheid  $v$  uit te rekenen:  $E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$

Om de formule te bewijzen nemen we aan dat het voorwerp met massa  $m$  en (eerst nog constante) snelheid  $v_0$  vanaf een bepaald moment  $t=0$  eenparig afgeremd wordt tot stilstand. De arbeid die het voorwerp tijdens het afremmen verricht is per definitie de kinetische energie die het voorwerp had. Kinetische energie is immers de hoeveelheid arbeid die het voorwerp kan verrichten ten gevolge van zijn snelheid.

Om het wat plastischer voor te stellen noemen we het voorwerp 'kogel' en de stof die het voorwerp afremt 'een kluit boter'.



We moeten hopen dat de arbeid die de kogel tijdens het afremmen verricht niet afhangt van de wijze van afremmen, anders zou het begrip kinetische energie een zinloos begrip zijn, dan was die energie helemaal niet bepaald.

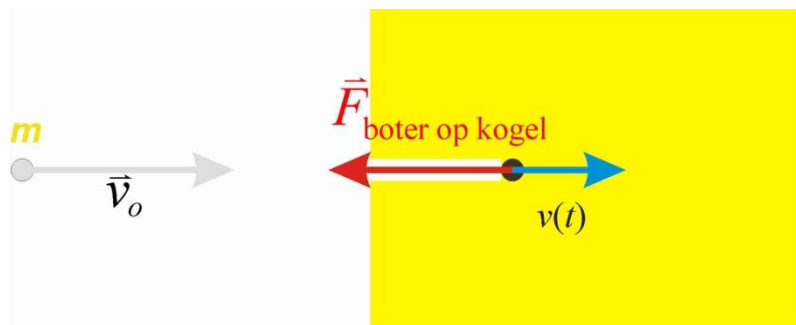
We mogen dus zelf een afremmethode kiezen. We laten het voorwerp eenparig afremmen in de 'boter' tot stilstand door een achterwaartse kracht:  $\vec{F}_{\text{boter op kogel}}$

Omdat we aannemen dat de versnelling  $a$  constant is, is ook  $\vec{F}_{\text{boter op kogel}} = m \cdot \vec{a}$  constant. We nemen nu aan dat de kogel in een tijdsduur  $t_0$  tot stilstand

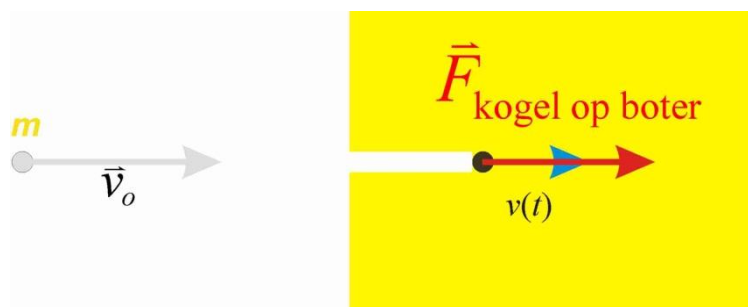
komt dan geldt:  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_0}{t_0}$

(we letten niet op het teken van  $a$ , alleen de grootte is hier interessant.)

Dus  $F_{\text{boter op kogel}} = m \cdot \frac{v_0}{t_0}$



We moeten uitrekenen hoeveel arbeid de kogel verricht, eigenlijk moeten we zeggen hoeveel arbeid wordt verricht door de kracht die de kogel (op de boter) uitoefent. Deze kracht is de reactiekracht van de kracht van de boter op de kogel dus:



$$F_{\text{kogel op boter}} = F_{\text{boter op kogel}} = m \cdot \frac{v_0}{t_0} \quad \textcircled{1}$$

We wilden nu de arbeid uitrekenen die deze kracht verricht.  $W = F \cdot s$ .

We moeten nu dus nog de remafstand bepalen. Die is  $s = v_{\text{gemiddeld}} \cdot t_0$ . De gemiddelde snelheid tijdens het afremmen is, omdat het afremmen eenparig vertraagd gebeurt, de halve beginsnelheid.

$$\text{Dus: } s = v_{\text{gemiddeld}} \cdot t_0 = \frac{1}{2} v_0 \cdot t_0 \quad \textcircled{2}$$

Nu kunnen we de kinetische energie van de kogel uitrekenen, die was namelijk de hoeveelheid arbeid die  $F_{\text{kogel op boter}}$  tijdens het afremmen verrichtte.

$$\begin{aligned} E_{\text{kin}} = W &= F \cdot s = \quad (\textcircled{1} \times \textcircled{2}) \\ &= \left( m \cdot \frac{v_0}{t_0} \right) \cdot \left( \frac{1}{2} v_0 \cdot t_0 \right) = \\ &= \left( m \cdot \frac{v_0}{\cancel{t_0}} \right) \cdot \left( \frac{1}{2} v_0 \cdot \cancel{t_0} \right) = \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 \end{aligned}$$

**Dus:  $E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$**

(wat te bewijzen was: *Q.E.D.*)

